1. 임의의 사상 A, B, C에 대하여 P(A∪B∪C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A∩B)-P(A∩C)-P(B∩C) +P(A∩B∩C)임을 밝혀라.

2. $A_1, A_2, \ldots \subset S$, $A_1 \supset A_2 \supset \cdots \supset A_n$ 이면, $P(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n) = \lim_{n\to\infty} P(A_n)$ 임을 보이라.

3. 확률변수란?

4. 다음 확률분포의 평균과 분산을 구하라.

$$f(x) = \left(2 - 4|x - \tfrac{1}{2}|\right), \quad 0 \le x \le 1.$$

5. 확률변수 X의 누적분포함수 F(x)가 다음과 같다고 하자.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 < x < \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{4} \le x < \frac{1}{2} \\ x, & \frac{1}{2} \le x < 1 \\ 1, & 1 \le x \end{cases}$$

이때 다음 확률을 구하여라.

1) $P(X \le \frac{1}{8})$

2) $P(X < \frac{1}{8})$

3) $P(X = \frac{1}{8})$

4) $P(X \le \frac{1}{4})$

5) $P(X < \frac{1}{4})$

6) $P(X = \frac{1}{4})$

7) $P(\frac{1}{4} < X \le \frac{3}{4})$

8) $P(\frac{1}{4} \le X \le \frac{3}{4})$

6. 서로 독립이고 Bernoulli(p)(0<p<1) 분포를 따르는 확률변수들 $X_1, \ldots, X_N$에 대하여

$$X_1,\ldots,X_D \mid X_1,\ldots,X_N = n \sim H(n;N,D)(D \le N)$$

즉, $X_1, \ldots, X_N = n$ 인 조건에서 $X_1, \ldots, X_D$ 의 조건부분포가 초기하분포 H(n;N,D)임을 밝혀라.

7. 포아송과정에서 1번째 발생이 일어날 때까지의 기다리는 시간을 W라 할 때, 이 때 확률변수 W가 갖는 확률분포를 구하고, 이 확률분포의 평균, 분산, 적률생성 함수를 유도하라.

8. 다음과 같은 결합확률밀도함수를 가지는 확률변수 X와 Y가 있다.

$$f(x,y) = (x+y)/21, \quad x=1,2,3,\ y=1,2.$$

이때, X와 Y의 주변확률밀도함수, 평균, 분산, 공분산, 상관계수 및

X=1일때 y의 조건부 평균, 조건부 분산을 제시하라.

9. $f(x)=\frac{X^2}{3}$, $-1<x<2$ 일 때, $Y=X^2$ 확률밀도함수를 구하시오.

10. $f(x_1, x_2)=2$, $0<x_1<x_2<1$ 일 때, $Y_1=\frac{X_1}{X_2}$, $Y_2=X_2$의 결합밀도함수를 구하시오.

11. 확률변수 U, V 가 각각 자유도 r_1, r_2인 서로 독립인 카이제곱분포를 갖는다고 할 때, $F=\frac{U/r_1}{V/r_2}$인 확률밀도함수를 구하시오.

12. $\bar{X}$와 S^2이 평균이 μ이고, 표준편차가 σ인 정규 집단으로부터 추출된 크기가 N인 확률표본의 평균과 분산이며, $\bar{X}$와 S^2이 독립일 때, 확률변수 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$의 분포는 자유도가 (n-1)인 카이제곱분포를 따름을 증명하라.

13. 확률변수 X의 평균이 μ이고, 분산이 σ^2이라면, 모든 k≥1에 대해여 아래의 식이 성립됨을 보여라.

$$P(\,|X - \mu| \geq k\sigma\,) \leq \frac{1}{k^2}$$

14. 중심극한정리에 대해서 설명하고 적률생성함수 방법을 이용하여

$W = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$임을 보여라.

15. X_1, X_2, ..., X_n이 확률밀도함수 f(x|θ) = exp(-(x-θ)), x>θ를 갖는 랜덤표본 일때 θ의 최대가능도추정량 및 적률추정량을 구하여라.

16. 좋은 추정량에 대해서 논하시오.

17. X_1, X_2, ..., X_n이 N(μ,σ^2)으로 부터의 랜덤표본일 때, T(X)=($\sum_{i=1}^{n} X_i^2$, $\sum_{i=1}^{n} X_i$)는 (μ,σ^2)에 대한 충분통계량임을 보여라.